

ADEQUAÇÃO MATERIAL PARA LINGUAGENS ARISTOTÉLICAS

MATERIAL ADEQUACY FOR ARISTOTELIAN FORMAL LANGUAGES

EDELICIO GONÇALVES DE SOUZA*

Resumo. O objetivo deste trabalho é apresentar uma definição materialmente adequada de verdade, no sentido de Tarski, para uma classe de linguagens formais capaz de expressar as proposições categóricas da lógica aristotélica.

Palavras-chave: definição de verdade; adequação material; linguagens aristotélicas.

Abstract. The aim of this paper is to put forward a materially adequate definition of truth, in Tarski's sense, for a class of formal languages that would be able to represent the categorical propositions of Aristotelian logic.

Key-words: definition of truth; material adequacy; Aristotle's languages.

1. DEFINIÇÃO ARISTOTÉLICA DE VERDADE

Quando A. Tarski publicou os primeiros trabalhos sobre sua concepção de verdade¹ era explicitamente mencionado que a mesma possuía uma inspiração tipicamente aristotélica. Isso pode ser ilustrado pela seguinte passagem encontrada em Tarski (1969) p. 93²:

Nossa compreensão da noção de verdade parece concordar essencialmente com as várias explicações dadas para ela na literatura filosófica. Pode ser encontrado na *Metafísica* de Aristóteles o que talvez seja a primeira explicação: Dizer do que é, que não é ou do que não é, que é, é falso; já dizer do que é, que é ou do que não é, que não é, é verdadeiro.

Em outro momento do mesmo texto (pp. 93-94), Tarski afirma:

A concepção de verdade que encontra sua expressão na formulação aristotélica (e em formulações afins de origem mais recente) é usualmente chamada concepção clássica de verdade ou concepção semântica de verdade.

* Edelcio Gonçalves de Souza é professor de Filosofia da Pontifícia Universidade Católica da São Paulo. Este artigo é dedicado ao Prof. Lafayette de Moraes. E-mail: edelcio@pucsp.br

¹ Uma lista dos principais trabalhos de Tarski sobre o conceito de verdade pode ser consultada nas referências bibliográficas do presente texto.

² A referência ao texto aristotélico é ARISTOTLE, *Metaphysica*, A, 7, 27; *Works*, vol. 8, tradução inglesa por W. D. Ross, Oxford, 1908, p. 93.

É claro que a citação acima não pode ser vista como uma definição de concepção clássica de verdade porque não possui rigor nem precisão suficientes para ser aplicada em casos particulares. Assim, a primeira preocupação de Tarski é encontrar um critério, tão rigoroso quanto possível, capaz de qualificar determinadas concepções de verdade como *clássicas*. Esse critério ficou conhecido na literatura filosófica como o *critério de adequação material* de Tarski³.

Antes de apresentar tal critério, vamos examinar mais detidamente o *dictum* aristotélico presente na citação acima. Com um pouco de licenciosidade, ele poderia ser parafraseado de acordo com a seguinte formulação: Quando A é B e dizemos que A não é B ou quando A não é B e dizemos que A é B, então o que dizemos é falso. Por outro lado, quando A é B e dizemos que A é B ou quando A não é B e dizemos que A não é B, então o que dizemos é verdadeiro.

Observe que, de acordo com a formulação acima, os predicados “verdadeiro” e “falso” são aplicados *ao que é dito* e, portanto, são *predicados de sentenças*. Visto por esse lado, poderíamos reparafrasear a formulação acima obtendo, assim, uma reformulação mais próxima de nossos propósitos: A sentença “A não é B” é falsa quando A é B e a sentença “A é B” é falsa quando A não é B. Por outro lado, a sentença “A é B” é verdadeira quando A é B e a sentença “A não é B” é verdadeira quando A não é B.

Ora, se considerarmos que os predicados “verdadeiro” e “falso” são antônimos e que a sentença “A não é B” é a negação da sentença “A é B”, tudo que está dito acima pode ser expresso de forma concisa, utilizando-se uma equivalência lógica, de acordo com o seguinte esquema:

A sentença “A é B” é verdadeira se e somente se A é B.

O leitor atento já deve ter percebido que essa formulação é análoga às T-equivalências construídas por Tarski em seu trabalho⁴. A principal crítica de Tarski à formulação aristotélica reside na observação de que ela é muito restritiva. A saber, ela somente se aplica às sentenças dos tipos “A é B” e “A não é B”. Ora, essa dificuldade pode ser facilmente contornada estabelecendo-se a equivalência acima para qualquer sentença S de uma dada linguagem. Convencionando-se utilizar a notação “S” para indicar um nome de S, a formulação acima pode ser generalizada para o seguinte esquema:

“S” é verdadeira se e somente se S.

³ De agora em diante poderemos utilizar a sigla CAM para nos referir ao critério de adequação material.

⁴ Ver a definição de T-equivalência logo abaixo.

Vamos denominar qualquer equivalência desse tipo de uma T-equivalência. Assim, para qualquer sentença S de uma dada linguagem, é possível escrever uma T-equivalência para S de acordo com o esquema acima.

2. ADEQUAÇÃO MATERIAL

Podemos, agora, apresentar uma formulação preliminar do CAM. Em Tarski (1969) pp. 97-98, esse critério é estabelecido nos seguintes termos⁵:

Estipularemos que o uso do termo “verdadeiro” com referência a sentenças em português somente se conformará com a concepção clássica de verdade se ele nos permitir avaliar toda T-equivalência na qual “S” é substituído, em ambos os lados, por uma sentença qualquer em português. Satisfeita essa condição, diremos que o uso do termo verdadeiro é [materialmente] adequado.

Repare que o referido critério, no entender de Tarski, consiste de uma formulação precisa do que significa uma definição de verdade estar de acordo com a concepção clássica de verdade. Se compararmos a formulação do critério com a segunda citação de Tarski no presente texto, podemos perceber como uma idéia vagamente formulada pode ser reestruturada de modo a expressar um conceito bastante preciso.

Façamos algumas considerações fundamentais para um entendimento apropriado do CAM, que podem ser apreendidas diretamente da citação acima. Em primeiro lugar é preciso entender o significado do termo “avaliar” que ocorre na formulação do CAM. Aqui, o texto de Tarski pode nos ajudar novamente⁶: “O problema estará completamente resolvido se conseguirmos construir uma definição de verdade que seja adequada no sentido de trazer consigo, como conseqüências lógicas, todas as T-equivalências”.

Assim, “avaliar” aqui significa simplesmente “ter como conseqüência lógica” ou, ainda, “ser dedutível”. Portanto, todas as T-equivalências para qualquer sentença S da linguagem devem ser dedutíveis da definição de verdade. Decorre imediatamente dessa observação que a definição de verdade “*deve ser uma sentença*” que serve como axioma⁷ para as deduções das T-equivalências. Ora, uma pergunta que se impõe nesse momento é a seguinte: se a definição de verdade deve ser uma sentença, a que linguagem ela pertence?

⁵ Fizemos uma adaptação da citação para que ela fosse auto-explicativa de acordo com o texto principal.

⁶ Ver Tarski (1969) p. 98.

⁷ A noção de axioma será apresentada na seção 6.

Após uma análise detalhada sobre a possibilidade de se construir uma definição de verdade materialmente adequada para uma linguagem natural como o português ou o inglês, Tarski conclui, por meio de um interessante uso do paradoxo do mentiroso, que essa tarefa é simplesmente impossível⁸. Qualquer definição de verdade para uma linguagem natural que cumpra o CAM leva à obtenção de uma contradição. Ou seja, é possível formular uma sentença em português S tal que se obtém: “ S ” é verdadeira se e somente se “ S ” é falsa! Assim, Tarski formula uma série de condições que uma linguagem deve satisfazer para que se possa apresentar uma definição de verdade materialmente adequada para ela.

Entre várias condições, é preciso distinguir a linguagem *para a qual* a definição de verdade é formulada, que é denominada *linguagem objeto*, da linguagem *na qual* a definição de verdade é de fato construída, que é denominada *metalinguagem*.

3. LINGUAGENS FORMAIS

Tratemos mais detidamente da linguagem objeto. O principal requisito é que ela seja uma linguagem formal. Entendemos por *linguagem formal* um par $(ALF, SENT)$ em que ALF é um conjunto não vazio (de preferência finito) cujos elementos são denominados *símbolos* da linguagem. Por sua vez, o conjunto ALF é dito o *alfabeto* da mesma.

Qualquer seqüência finita de símbolos da linguagem é dita uma *expressão* da mesma. Vamos utilizar a seguinte notação para indicar expressões da linguagem: se S_1, S_2, \dots, S_n são símbolos da linguagem (isto é, elementos de ALF), então a expressão que é a seqüência dos símbolos dados, e que corresponde à concatenação dos símbolos S_1, S_2, \dots, S_n , será denotada por $\langle S_1 \rangle \langle S_2 \rangle \dots \langle S_n \rangle$.

Falta, agora, definir o que é o segundo elemento do par que constitui uma linguagem formal. $SENT$ é um conjunto não vazio cujos elementos devem ser expressões da linguagem. Dito de outro modo, $SENT$ é um subconjunto do conjunto de expressões da linguagem. Os elementos de $SENT$ são denominados as *sentenças* da linguagem. Precisamos de apenas mais um requisito: $SENT$ deve ser um conjunto recursivo no sentido de que deve haver algum procedimento efetivo para decidir se uma dada expressão da linguagem é ou não um elemento de $SENT$, isto é, uma sentença da linguagem considerada.

⁸ Ver Tarski (1944) e (1969).

Para que o leitor não se aborreça com as considerações excessivamente abstratas feitas acima, vamos apresentar uma classe específica de linguagens formais que são capazes de expressar aquilo que ficou conhecido na literatura lógico-filosófica como as “proposições categóricas aristotélicas”. Dito de modo informal, procuramos por linguagens que possuam como sentenças objetos dos seguintes tipos:

- 1) A estrela da manhã é a estrela da noite;
- 2) Platão não é Aristóteles;
- 3) Sócrates é mortal;
- 4) Tales não é cidadão ateniense;
- 5) Todo homem é mortal;
- 6) Nenhum filósofo é canhoto;
- 7) Algum maluco é filho de deus;
- 8) Algum socialista não é marxista.

Repare que todas essas sentenças empregam o verbo “ser” em sua estrutura e com elas pode-se ilustrar parte do significado de outro famoso *dictum* aristotélico: O ser diz-se em vários sentidos. De fato, nas sentenças 1) e 2), o “ser” significa identidade entre objetos (afirmativa e negativa, respectivamente) e, portanto, trata-se de uma relação entre dois indivíduos (ou objetos em geral). Nas sentenças 3) e 4), o “ser” significa pertinência de um objeto com respeito a uma classe e, portanto, é uma relação entre indivíduos e classes de indivíduos. Nas demais sentenças, o “ser” estabelece uma relação de inclusão (parcial ou total) entre classes de objetos e é, portanto, uma relação entre duas classes de indivíduos.

É claro que qualquer linguagem adequada para expressar tais tipos de sentenças deve incluir em seu alfabeto símbolos para se referir a indivíduos e classes de indivíduos. Eis aqui uma definição que funciona. Uma “linguagem aristotélica das proposições categóricas” (ou, simplesmente, linguagem aristotélica) é uma linguagem formal (no sentido acima definido), que será denotada por $LA = (ALF, SENT)$, tal que o alfabeto ALF de LA contém as seguintes categorias de símbolos:

- 1) Símbolos para “variáveis”: esses símbolos são divididos em dois conjuntos disjuntos (que não possuem elemento comum): um conjunto de símbolos de “indivíduos” e um conjunto de símbolos de “predicados”.

- 2) Símbolos para “constantes lógicas”: esses são símbolos pré-definidos que ocorrem em todas as linguagens da classe que estamos definindo. São eles os símbolos de “quantificação” que são “TODO”, “NENHUM” e “ALGUM”; e os símbolos de *cópula* que são “É” e “NÃO É”.

Algumas observações fazem-se necessárias nesse ponto. Em primeiro lugar, repare que de fato não definimos uma linguagem formal particular, mas sim uma classe de linguagens tal que cada uma delas fica individualizada quando se determinam os seus símbolos de variáveis (uma vez que os símbolos de constantes lógicas são comuns a todas as linguagens dessa classe). Optamos por não definir uma linguagem particular porque é possível construir uma definição geral de verdade, que seja materialmente adequada, para todas as linguagens da classe acima definida. Em segundo lugar, deve-se reconhecer que cada símbolo lógico conta como sendo apenas um símbolo sem qualquer estrutura interna. Assim, por exemplo, o símbolo de quantificação “TODO” deve ser entendido simplesmente como um elemento do alfabeto de LA.

Resta, agora, definir o conjunto SENT das sentenças de LA. Lembrando que as sentenças devem ser expressões, isto é, seqüências de símbolos de ALF; definimos o conjunto SENT de acordo com a seguinte regra, apresentada por meio das cláusulas:

- 1) Se IND1 e IND2 são símbolos de indivíduos, então a expressão dada por “<IND1> <É> <IND2>” é sentença de LA;
- 2) Se IND1 e IND2 são símbolos de indivíduos, então a expressão dada por “<IND1> <NÃO É> <IND2>” é sentença de LA;
- 3) Se IND é um símbolo de indivíduo e PRED é um símbolo de predicado, então a expressão dada por “<IND> <É> <PRED>” é sentença de LA;
- 4) Se IND é um símbolo de indivíduo e PRED é um símbolo de predicado, então a expressão dada por “<IND> <NÃO É> <PRED>” é sentença de LA;
- 5) Se PRED1 e PRED2 são símbolos de predicados, então a expressão dada por “<TODO> <PRED1> <É> <PRED2>” é sentença de LA;
- 6) Se PRED1 e PRED2 são símbolos de predicados, então a expressão dada por “<NENHUM> <PRED1> <É> <PRED2>” é sentença de LA;

- 7) Se PRED1 e PRED2 são símbolos de predicados, então a expressão dada por “<ALGUM> <PRED1> <É> <PRED2>” é sentença de LA;
- 8) Se PRED1 e PRED2 são símbolos de predicados, então a expressão dada por “<ALGUM> <PRED1> <NÃO É> <PRED2>” é sentença de LA;
- 9) Nada é sentença de LA a não ser as expressões de LA construídas de acordo com as cláusulas acima⁹.

É fácil reconhecer que o conjunto SENT de sentenças de LA definido pela regra acima é, de fato, um conjunto recursivo. É imediato que, dada uma expressão de LA, é sempre possível verificar se ela possui uma das oito formas estabelecidas pelas cláusulas da regra acima¹⁰.

5. INTERPRETAÇÕES

Voltemos nossa atenção para a metalinguagem (que aqui é assumida como a própria língua portuguesa junto com uma simbologia própria para tratar das noções elementares de uma teoria ingênua de conjuntos). Quando Tarski formula as T-equivalências ele faz uso de um exemplo de sentença que possui um significado absolutamente claro. Em Tarski (1969) p. 94, temos a seguinte passagem: “Considere uma sentença em português cujo significado não levante qualquer dúvida: por exemplo, a sentença ‘a neve é branca’”.

Para essa sentença, a T-equivalência assume a seguinte forma:

“A neve é branca” é verdadeira se e somente se a neve é branca.

Ora, como a linguagem objeto LA é uma linguagem formal puramente simbólica, é preciso criar um mecanismo que possa atribuir significado às sentenças de LA. Se concordarmos em denotar o significado de uma sentença S de LA por sig(S), a T-equivalência passa a assumir a seguinte forma:

“S” é verdadeira se e somente se sig(S).

⁹ Deve ser flagrante para o leitor a correspondência entre as cláusulas 1)-8) acima com os exemplos do início dessa seção.

¹⁰ Repare que os conjuntos de símbolos para variáveis também devem ser recursivos; na realidade, o ideal é que eles sejam finitos e, portanto, a pertinência a esses conjuntos pode ser verificada por inspeção e sua recursividade assegurada.

Como a T-equivalência acima deve fazer parte da metalinguagem, ela deve ter recursos para, dada uma sentença S de LA, atribuir uma sentença da metalinguagem, denotada por $\text{sig}(S)$, que seja, em algum sentido, o significado de S na própria metalinguagem. Esse recurso nada mais deve ser do que uma regra que faça uma “tradução” das sentenças de LA para sentenças da metalinguagem. Isso pode ser feito por meio do conceito de interpretação que será aqui definido especificamente para as linguagens aristotélicas¹¹.

Uma “interpretação” para LA é uma tripla $(U, \text{den}, \text{sig})$ tal que as seguintes condições sejam satisfeitas:

- 1) U deve ser um conjunto não vazio que é denominado o “universo” da interpretação. Intuitivamente, U consiste no conjunto dos objetos para os quais a linguagem LA propõe-se a falar;
- 2) den é uma regra que atribui denotação para os símbolos de variáveis de LA, de acordo com as seguintes cláusulas:
 - 2a) Se IND é um símbolo de indivíduo, então a regra den atribui a IND um *elemento* do universo U , que é denotado por $\text{den}(\text{IND})$. Assim, $\text{den}(\text{IND})$ é o objeto de U que é a denotação do símbolo de indivíduo IND .
 - 2b) Se PRED é um símbolo de predicado, então a regra den atribui a PRED um *subconjunto* do universo U , que é denotado por $\text{den}(\text{PRED})$. Assim, $\text{den}(\text{PRED})$ é o subconjunto de U que é a denotação do símbolo de predicado PRED .

Repare que o que é feito nas cláusulas 2a) e 2b) é bastante razoável de acordo com nossa interpretação intuitiva dos símbolos de variáveis de LA. Que a símbolos de indivíduos sejam atribuídos elementos de U parece não precisar de maiores esclarecimentos. Para símbolos de predicados basta perceber que eles correspondem a classes (propriedades). Por exemplo, no universo dos seres humanos o predicado de ser do sexo masculino denota o subconjunto formado pelos elementos do universo que são do sexo masculino. Predicados ficam reduzidos às suas extensões, isto é, às classes dos objetos que os possuem.

- 3) sig é uma regra que atribui significado a todas as sentenças de LA. Se S é uma sentença de LA, $\text{sig}(S)$ deve ser uma sentença da metalinguagem que, em algum sentido, constitui uma tradução na meta-

¹¹ É claro que o conceito de interpretação pode ser estendido para linguagens mais gerais como as linguagens de primeira ordem ou ainda outras.

linguagem da sentença S. Assim, sig(S) é construída de acordo com as seguintes cláusulas:

- 3a) Se S é da forma $\langle \text{IND1} \rangle \langle \text{É} \rangle \langle \text{IND2} \rangle$, então sig(S) é a sentença dada por “den(IND1) e den(IND2) correspondem ao mesmo objeto de U”;
- 3b) Se S é da forma $\langle \text{IND1} \rangle \langle \text{NÃO É} \rangle \langle \text{IND2} \rangle$, então sig(S) é a sentença dada por “den(IND1) e den(IND2) correspondem a diferentes objetos de U”;
- 3c) Se S é da forma $\langle \text{IND} \rangle \langle \text{É} \rangle \langle \text{PRED} \rangle$, então sig(S) é a sentença dada por “den(IND1) é um elemento de den(PRED)”;
- 3d) Se S é da forma $\langle \text{IND} \rangle \langle \text{NÃO É} \rangle \langle \text{PRED} \rangle$, então sig(S) é a sentença dada por “den(IND1) não é um elemento de den(PRED)”;
- 3e) Se S é da forma $\langle \text{TODO} \rangle \langle \text{PRED1} \rangle \langle \text{É} \rangle \langle \text{PRED2} \rangle$, então sig(S) é a sentença dada por “den(PRED1) é um subconjunto de den(PRED2)”;
- 3f) Se S é da forma $\langle \text{NENHUM} \rangle \langle \text{PRED1} \rangle \langle \text{É} \rangle \langle \text{PRED2} \rangle$, então sig(S) é a sentença dada por “den(PRED1) e den(PRED2) não possuem elementos em comum”;
- 3g) Se S é da forma $\langle \text{ALGUM} \rangle \langle \text{PRED1} \rangle \langle \text{É} \rangle \langle \text{PRED2} \rangle$, então sig(S) é a sentença dada por “den(PRED1) e den(PRED2) possuem elementos em comum”;
- 3h) Se S é da forma $\langle \text{ALGUM} \rangle \langle \text{PRED1} \rangle \langle \text{NÃO É} \rangle \langle \text{PRED2} \rangle$, então sig(S) é a sentença dada por “existe um elemento de den(PRED1) que não é elemento de den(PRED2)”.

Uma vez definida qual sentença da metalinguagem é a tradução de uma dada sentença S da linguagem objeto, estamos, agora, em condições de formular o critério de adequação material para a classe das linguagens aristotélicas. Deixaremos essa tarefa para uma seção posterior do texto. No momento, vale a pena examinar como o critério é apresentado em Tarski (1935) pp. 187-188, que constitui a primeira apresentação completa da teoria da verdade¹²:

Usando o símbolo “Tr” para denotar a classe de todas as sentenças verdadeiras, o postulado acima pode ser expresso na seguinte convenção:

Convenção T. Uma definição formalmente correta do símbolo “Tr”, formulado na metalinguagem, será considerado uma definição de verdade [materialmente] adequada se ele possuir as seguintes conseqüências:

¹² A numeração de página indicada refere-se à tradução inglesa e o texto que se segue é uma tradução pessoal.

- (α) Todas as sentenças que são obtidas da expressão “ x [pertence a] Tr se e somente se p ” pela substituição para o símbolo “ x ” um nome estrutural-descriptivo de qualquer sentença da linguagem em questão e para o símbolo “ p ” a expressão que forma a tradução dessa sentença na metalinguagem;
- (β) a sentença “para todo x , se x [pertence a] Tr, então x [pertence a] S” (em outras palavras, “Tr [é subconjunto de] S”).

Observe que Tarski já emprega a idéia de tradução que apresentamos no início da presente seção. Sem esse conceito, não poderíamos lidar com linguagens formalizadas que empreguem símbolos não interpretados. Destacamos também que o que hoje é conhecido por critério de adequação material, nesse texto Tarski usa a denominação de “Convenção T” que também é empregada na literatura. Também aqui temos, explicitamente, o requerimento de que as T-equivalências devem ser conseqüências da definição de verdade. Portanto, a metalinguagem deve possuir algum mecanismo que possibilite a dedução das T-equivalências a partir da definição de verdade.

6. CONSEQÜÊNCIA

Tarski também é bem conhecido como o primeiro lógico-matemático que tratou diretamente, de um ponto de vista abstrato, da noção de conseqüência lógica¹³. Ele definiu o que ficou conhecido como o conceito de operador de conseqüência.

Considere o conjunto SENT das sentenças de uma linguagem formal L. Um *operador de conseqüência* C_n para SENT consiste de uma regra que atribui a cada subconjunto A de SENT, um subconjunto de SENT denotado por $C_n(A)$. Essa regra deve satisfazer alguns requisitos:

- 1) *Reflexividade*: A é subconjunto de $C_n(A)$. Isto é, toda sentença de um conjunto é conseqüência do mesmo¹⁴;
- 2) *Monotonicidade*: se A é subconjunto de B, então $C_n(A)$ é subconjunto de $C_n(B)$. Isto é, as conseqüências de A são conseqüências de qualquer conjunto que contenha A.
- 3) *Idempotência*: $C_n(A) = C_n(C_n(A))$. Isto é, aplicar o operador de conseqüência em um conjunto que já coincide com o conjunto das conseqüências de um conjunto dado não altera o conjunto original.

¹³ Ver Tarski (1930a) e (1930b).

¹⁴ Embora o operador de conseqüência seja uma relação entre conjuntos de sentenças, podemos definir que uma sentença S é conseqüência de um conjunto de sentenças A se e somente se S pertence a $C_n(A)$.

Posto dessa maneira, a noção de conseqüência pode parecer (e, de fato, é) muito abstrata. No entanto, é possível definir um operador de conseqüência em uma estrutura que procure captar a idéia intuitiva de dedução, com raízes na geometria euclidiana. Isso pode ser feito por meio do conceito de sistema axiomático.

Considere uma linguagem formal $L = (ALF, SENT)$. Um *sistema axiomático* com base em L é uma tripla $(SENT, AX, REG)$ tal que as seguintes condições são satisfeitas:

- 1) $SENT$ é o próprio conjunto $SENT$ de L ;
- 2) AX é um subconjunto de $SENT$ cujos elementos são denominados os *axiomas* do sistema;
- 3) REG é um conjunto cujos elementos são ditos as regras de inferência do sistema. Uma *regra de inferência* permite derivar sentenças a partir de conjuntos de sentenças dados.

Dizemos que uma sentença S é “conseqüência” de um conjunto de sentenças A no sistema axiomático $(SENT, AX, REG)$ se e somente se existe uma seqüência de sentenças S_1, S_2, \dots, S_n tal que S é S_n e, para qualquer sentença S_k da seqüência, tem-se que: ou S_k é um axioma, ou S_k pertence a A ou S_k é derivada de sentenças anteriores a S_k na seqüência por meio da aplicação de alguma regra de inferência.

Definindo, agora, para um dado conjunto A de sentenças, o conjunto $C_n(A)$ de todas as conseqüências de A , então pode-se facilmente mostrar que C_n é um operador de conseqüência no sentido definido há pouco, isto é, que C_n possui as propriedades de reflexividade, *monotonicidade* e *idem-potência*. Toda essa discussão acima serve para estabelecermos na metalinguagem algumas regras de inferência que possibilitarão, a seguir, uma demonstração de que existe uma definição de verdade materialmente adequada para as linguagens aristotélicas.

Vamos admitir apenas duas regras de inferência bastante simples e que são bem conhecidas. Nossa apresentação das regras será bastante informal. Qualquer apresentação mais rigorosa das mesmas envolveria uma formalização completa de parte da metalinguagem com o estabelecimento de um sistema axiomático para a mesma por meio de uma meta-metalinguagem; tarefa que foge do escopo desse trabalho¹⁵.

¹⁵ Ver Tarski (1935), p. 195.

- 1) Regra de *Modus Ponens* (MP): Sejam A e B duas sentenças da metalinguagem e considere a sentença “se A, então B”. Assim, a sentença “B” pode ser derivada das sentenças “A” e “se A, então B”.
- 2) Regra de *instanciação* (INS): Considere uma sentença da metalinguagem que expresse uma propriedade de um objeto genérico x. Denotemos essa sentença por A(x). Considere a sentença “para todo x, A(x)”. Considere, agora, um certo nome n da metalinguagem e denotemos por A(n) a sentença obtida a partir de A(x) por substituição do nome n nas ocorrências da variável x em A(x). Intuitivamente, o que A(n) expressa de n é o mesmo que A(x) expressava de x. Assim, a regra de instanciação afirma que “A(n)” pode ser derivada de “para todo x, A(x)”, para qualquer nome n da metalinguagem. Essa regra pode ser coloquialmente formulada como: o que vale para todos em geral, vale para cada um em particular.

7. ADEQUAÇÃO MATERIAL PARA LA

Podemos, finalmente, cumprir aquilo que foi enunciado no resumo desse trabalho: apresentar uma definição materialmente adequada para LA. Faremos isso em três passos:

- (1) estabelecemos uma formulação do CAM para as linguagens aristotélicas LA;
- (2) apresentamos uma sentença da metalinguagem que é a candidata a ser uma definição de verdade para LA;
- (3) demonstramos que a definição apresentada em (2) cumpre o CAM estabelecido em (1).

Vamos ao trabalho.

(1) “Critério de Adequação Material para LA”. Seja LA = (Alf, Sent) uma linguagem aristotélica e considere uma interpretação (U, den, sig) para LA. Assim, uma sentença da metalinguagem, denotada por VERD, é uma definição de verdade materialmente adequada para LA segundo a interpretação (U, den, sig) se e somente se a seguinte condição é satisfeita:

- (*) para toda sentença S de LA, a sentença “‘S’ é verdadeira se e somente se sig(S)” é consequência de VERD.

Utilizando-se os recursos estabelecidos na seção anterior e convencioando-se que, dada uma sentença S de LA, a T-equivalência correspondente a S será denotada por T(S), podemos reformular de modo conciso o CAM acima estabelecido:

Uma sentença VERD da metalinguagem é uma definição de verdade materialmente adequada para LA = (ALF,SENT) segundo uma interpretação (U,den,sig) se e somente se para toda sentença S de SENT tem-se que T(S) é um elemento de Cn(VERD).

Cumprido o primeiro passo, passemos ao segundo.

(2) “Definição de verdade para LA”. Aqui, temos simplesmente que encontrar uma sentença VERD da metalinguagem de LA para ser candidata a uma definição de verdade para LA. Seja VERD a seguinte sentença:

Para todo S, se S é uma sentença de LA, então T(S).

A fim de completar a tarefa à qual nos propusemos, vamos elevar o passo (3) à categoria de teorema.

(3) “Teorema”. VERD é uma definição materialmente adequada de verdade para LA segundo uma interpretação (U,den,sig).

– “Demonstração”. Considere VERD a sentença enunciada acima. Temos que mostrar que para toda sentença S de LA, tem-se que T(S) é um elemento de Cn(VERD). Em outras palavras, temos de mostrar que T(S) é conseqüência de VERD. Isso será feito apenas com o uso das regras de inferência da metalinguagem estabelecidas na seção anterior. Seja, então, n uma sentença de LA. Como VERD é a sentença “para todo S, se S é uma sentença de LA, então T(S)”, considerando A(S) como a sentença “se S é uma sentença de LA, então T(S)”, temos que VERD pode ser abreviada como: “para todo S, A(S)”. Aplicando agora (INS) para o nome n, obtemos a sentença A(n) que é “se n é uma sentença de LA, então T(n)”. Como, por hipótese, n é uma sentença de LA, temos, aplicando (MP), que T(n). Ou seja, T(n) é uma conseqüência de VERD, isto é T(n) é um elemento de Cn(VERD). **Fim da demonstração.**

Esse resultado cumpre a tarefa delineada no resumo do presente trabalho.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A título de conclusão, o leitor atento pode estar com a impressão correta de que o presente trabalho não passa de uma sutil ironia: Tarski, criticando a formulação aristotélica da noção de verdade por falta de abrangência, acaba por fornecer instrumentos que possibilitam a construção de uma definição de verdade materialmente adequada para uma linguagem (pouco abrangente) das próprias proposições categóricas de Aristóteles.

- TARSKI, A (1930a). Über einige fundamentale Begriffe der Metamathematik. *Comptes Rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, vol. 23, cl. iii, pp. 22-29. Tradução inglesa: On some fundamental concepts of metamathematics. *Logic, Semantics, Metamathematics: papers from 1923 to 1938 by Alfred Tarski*, J. Corcoran (ed.). Hackett Publishing Company. Second edition. 1983, pp. 30-37. Trata-se do primeiro trabalho sobre os operadores de consequência.
- ____ (1930b). Fundamentale Begriffe der Methodologie der deduktiven Wissenschaften, I. *Monatshefte für Mathematik und Physik*, vol. 37, pp. 361-404. Tradução inglesa: Fundamental concepts of the methodology of the deductive sciences. *Logic, Semantics, Metamathematics: papers from 1923 to 1938 by Alfred Tarski*, J. Corcoran (ed.). Hackett Publishing Company. Second edition. 1983, pp. 60-109. Trata-se de um estudo bastante completo das propriedades dos operadores de consequência.
- ____ (1935). Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen. *Studia Philosophica*, I, pp. 261-405. Tradução inglesa: The concept of truth in formalized languages. *Logic, Semantics, Metamathematics: papers from 1923 to 1938 by Alfred Tarski*, J. Corcoran (ed.). Hackett Publishing Company. Second edition. 1983, pp. 152-278. Trata-se do primeiro trabalho sobre a concepção de verdade publicado em periódico de grande circulação. Texto altamente técnico de difícil leitura.
- ____ (1944). The semantic conception of truth and the foundations of semantics. *Philosophy and Phenomenological Research*, iv, pp. 341-76.
- ____ (1969). Truth and proof. *Scientific American*, 220, (6), pp. 63-77. As citações desse artigo no presente texto são da tradução brasileira: Verdade e demonstração. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, Campinas, série 3, 1(1): pp. 91-123, jan-jul 1991.

[recebido em junho 2005]